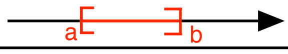
MODELISER PAR UNE FONCTION

I. Ensemble et intervalles

Etudier livre p. 344

L'ensemble des abscisses des points d'une droite graduée est appelé l'ensemble des nombres réels noté $\mathbb{R}$.
Certaines parties de $\mathbb{R}$ sont appelées des **intervalles** ; on les note en utilisant des crochets.

Ensemble des réels x tels que :	Représentation	Intervalle
x < b		] - ∞ ; b [
x ≥ a		[a ; + ∞ [
a ≤ x ≤ b		[a ; b]
a < x < b		] a ; b [
a ≤ x < b		[a ; b [

On définit de la même façon les intervalles] a ; b],] a ; + ∞ [et] - ∞ ; b].

Attention ! - ∞ et + ∞ ne désignent pas des nombres réels ; leur crochet est toujours ouvert. Par exemple on note $\mathbb{R}$ =] - ∞ ; + ∞ [

II. Vocabulaire et notations

1. Exemple d'introduction :

Soit un rectangle de 10 cm de périmètre dont la longueur est x et la largeur $(5 - x)$.

a) Calculer l'aire du rectangle lorsque $x = 3$ cm.

Si la longueur est égale à 3 cm alors la largeur est égale à 2 cm. Donc $A = 3 \times 2 =$ cm^2.

b) Exprimer en fonction de x l'aire du rectangle.

Les dimensions du rectangle sont donc : x et $5 - x$.

Ainsi l'aire du rectangle s'exprime par la formule $A = x(5 - x)$

c) Développer A. $A = x(5 - x) = 5x - x$

d) On peut calculer l'aire du rectangle pour différentes valeurs de x :

x	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
Aire	**4**	**5,25**	**6**	**6,25**	**6**	**5,25**	**4**	**2,25**

Ce tableau est appelé un **tableau de valeurs**.

Pour chaque nombre x, on a fait correspondre un nombre égal à l'aire du rectangle.

Par exemple : $1 \mapsto 4$

$2 \mapsto 6$ De façon générale, on note : $\boxed{A : x \mapsto 5x - x}$

$x \mapsto 5x - x$ se lit « à x, on associe $5x - x$ »

A est appelée une **fonction**. C'est une « machine » mathématique qui, à un nombre donné, fait correspondre un autre nombre.

$$x \overset{A}{\longmapsto} 5x - x$$

nombre de départ nombre correspondant

L'expression *A* dépend de la valeur de x et **varie en fonction de x**. x est appelée la **variable**.

On note ainsi : $\boxed{A(x) = 5x - x}$ $A(x)$ se lit « *A* de x ».

2. Définition : fonction donnée par une formule

Soit *D* une partie de l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$.
Une fonction f définie sur *D* associe à tout nombre réel x de *D* un unique nombre réel, noté $f(x)$. *D* est appelé l'ensemble de définition de la fonction f.

On note : $\begin{array}{rcl} f : D & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & f(x) \end{array}$

Et on lit : « *f est la fonction* qui pour tout x appartenant à *D*, associe le nombre $f(x)$. »

3. Image, antécédent

Etudier livre p. 37

Exemple :
Pour la fonction *A* définie plus haut, on avait : $A(2,5) = 6,25$ et $A(1) = 4$
On dit que :
- l'**image** de 2,5 par la fonction *A* est 6,25.
- un **antécédent** de 6,25 par A est 2,5.

$2,5 \mapsto 6,25$

Antécédent de 6,25 — Image de 2,5

Remarques :
- Un nombre possède une unique image.
- Cependant, un nombre peut posséder plusieurs antécédents.

Par exemple : les antécédents de 5,25 sont 1,5 et 3,5 (voir tableau de valeurs).

Méthode : Calculer une image ou un antécédent

Soit la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x} + 1$
1) Compléter le tableau de valeurs :

x	4	10,24		20,25
$\sqrt{x}+1$			5	

- L'image de 4 par f est **3** car $\sqrt{4} + 1 = 3$
- f : $10,24 \mapsto 4,2$ car $\sqrt{10,24} + 1 = 4,2$

Voir la vidéo AIDE

- Un antécédent de 5 par f est 16 car $\sqrt{16}$ + 1 = 5 .
- $f(20{,}25)$ = 5,5

Voir la vidéo AIDE

II. Représentation graphique

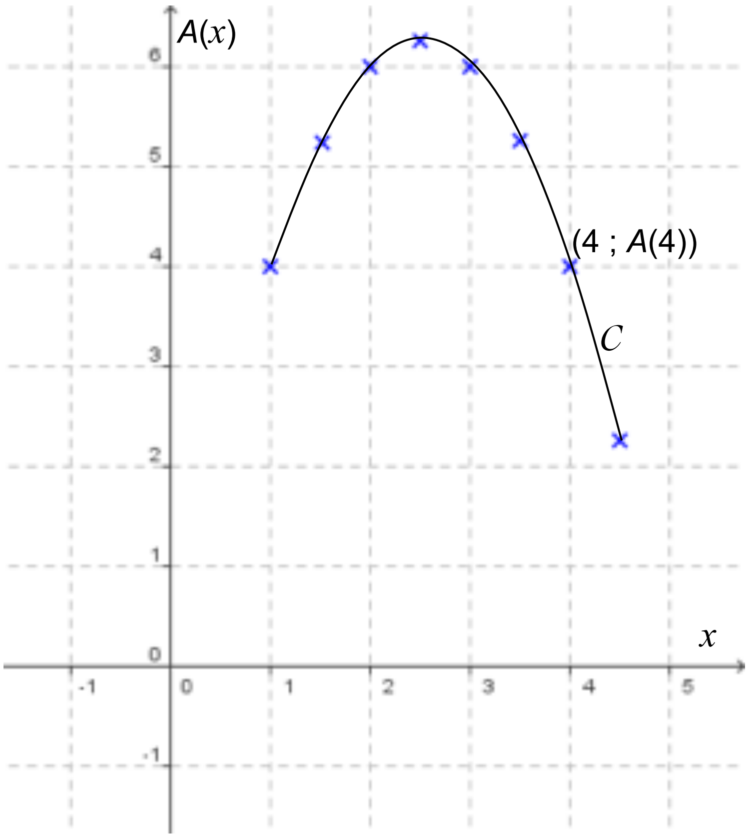
Etudier livre p. 39

1. Courbe représentative

Exemple : Représenter les données du tableau de valeurs du paragraphe **I.** dans un repère tel qu'on trouve en abscisse la longueur du côté du rectangle et en ordonnée son aire correspondante.

x	4	10,24	16	20,25
$\sqrt{x}+1$	**3**	**4,2**	**5**	**5,5**

En reliant les points, on obtient une courbe *C*.
Tout point de la courbe *C* possède donc des coordonnées de la forme (x ; $A(x)$).



Ouvrir le logiciel [GeoGebra] et saisir directement l'expression de la fonction *A*.
Dans la barre de saisie, on écrira : a(x)=5x-x^2