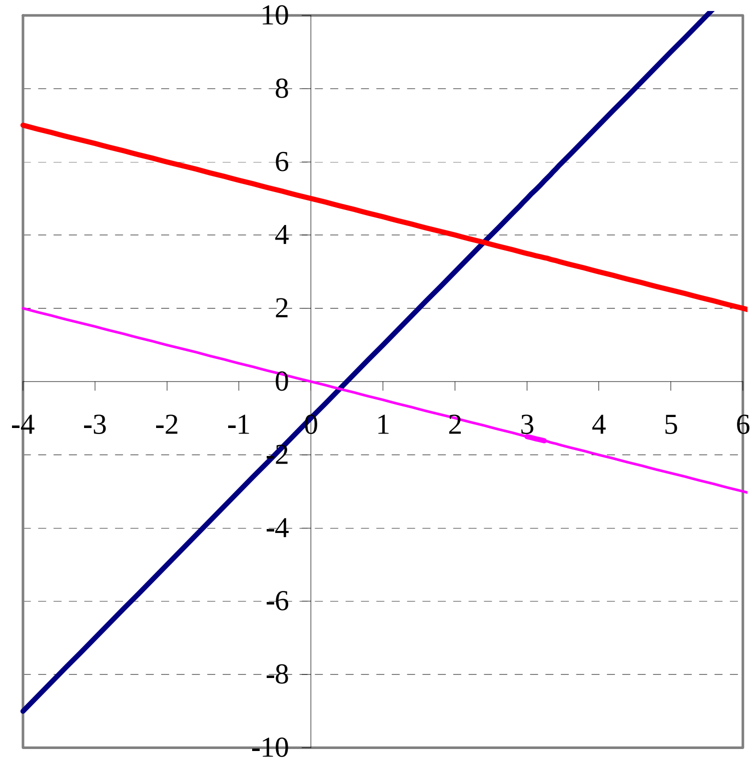
COURS *complet* Chap. XI

FONCTIONS de REFERENCE en 2^{nde}

Fonction	.. définie par ..	... sur	variations	représentation graphique
AFFINE **Linéaire**	$x \mapsto a\,x + b$ $x \mapsto a\,x$ Ex : $f(x) = 2x - 1$ $g(x) = -0{,}5x$ $h(x) = -\frac{1}{2}\,x + 5$	$\mathbb{R}$ $\mathbb{R}$	Pour connaître les variations d'une fonction, il faut savoir comment les "y" évoluent quand les "x" augmentent. Pour cela on part de $\boldsymbol{x_1} < \boldsymbol{x_2}$ et on cherche à comparer leurs images c'est à dire $f(x_1)$ et $f(x_2)$. On va donc chercher le signe de $f(\boldsymbol{x_2}) - f(\boldsymbol{x_1}) = (a\,x_2 + b) - (a\,x_1 + b)$ $= a\,x_2 + b - a\,x_1 - b$ $= a\,(x_2 - x_1)$ est toujours positif car $x_1 < x_2$ Conclusion : • si $a > 0$, $f(\boldsymbol{x_2}) - f(\boldsymbol{x_1})$ est positif donc $f(\boldsymbol{x_1}) < f(\boldsymbol{x_2})$ et donc f est croissante sur $\mathbb{R}$. • si $a < 0$, $f(\boldsymbol{x_2}) - f(\boldsymbol{x_1})$ est négatif donc $f(\boldsymbol{x_1}) > f(\boldsymbol{x_2})$ et donc f est décroissante sur $\mathbb{R}$.	Dans un repère orthogonal, tracer les droites D_1, D_2 et D_3 **D_1 : $y = 2x - 1$ D_2 : $y = -1/2\,x$ et D_3 : $y = -1/2\,x + 5$**  La représentation graphique d'une fonction affine est une droite non \\ à (Oy) d'équation D : $y = ax + b$ - croissante quand $a > 0$ - décroissante quand $a < 0$ • **a** est le **COEFFICIENT DIRECTEUR** de la droite Il indique la "**pente**" de D (*à l'aide d'un escalier*). • **b** est l' **ORDONNEE à l'ORIGINE** et indique **l'INTERSECTION de D avec l'axe (Oy).**

Fonction ...	.. définie par ..	.. sur	variations	représentation graphique
CARREE	$x \mapsto x^2$			

Rappel : Pour obtenir les variations d'une fonction, on prends $a < b$ et on cherche comment se classent les images f(a) et f(b).

On cherche donc le signe de $f(b) - f(a) = b^2 - a^2$
$= (b + a)(b - a)$

Or $(b - a)$ est toujours POSITIF (puisque $a < b$) donc le signe de $f(b) - f(a)$ est celui de $(b + a)$.

Finalement soit $a < b \leq 0$ et $(b + a)$ est NEGATIF et donc
$f(b) - f(a) < 0$
ce qui donne $f(a) > f(b)$
et donc f décroissante sur $]-\infty ; 0]$.

soit $0 \leq a < b$ et $(b + a)$ est POSITIF et donc
$f(b) - f(a) < 0$
ce qui donne $f(a) < f(b)$
et donc f croissante sur $[0 ; +\infty[$.

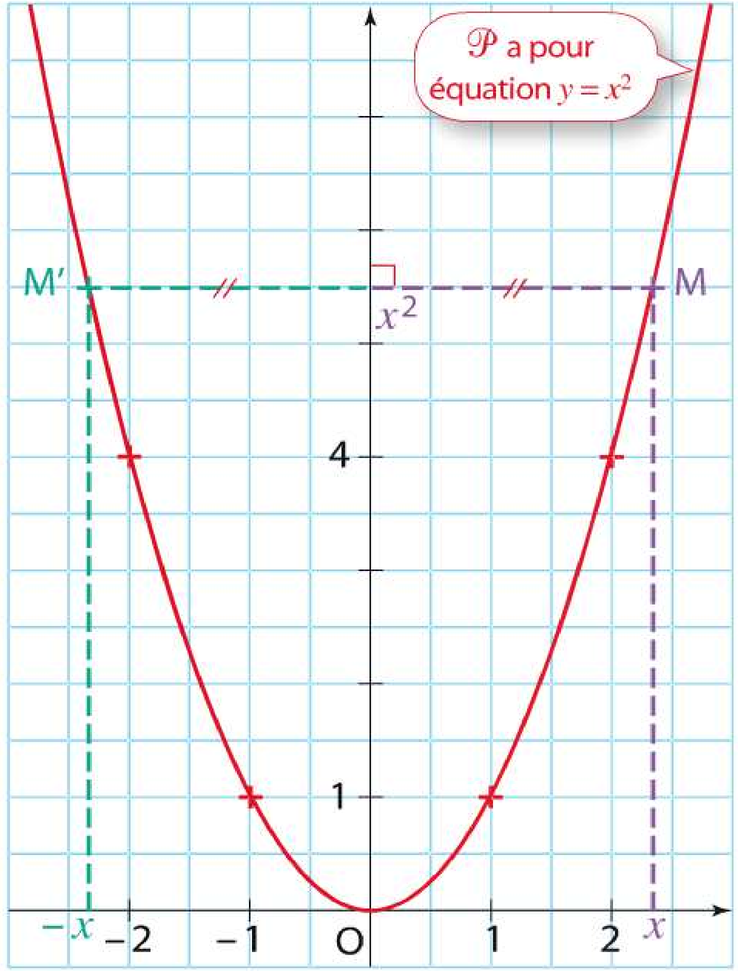
Conclusion :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Variations de $x \mapsto x^2$	$+\infty$	0	$+\infty$

x	- 3	- 2	- 1	- 0.5	0	0,5	1	2	3	$\frac{1}{4}$
x^2	9	4	1	0,25	0	0,25	1	4	3	$\frac{1}{16}$

Dans repère orthonormal, tracer la courbe P d'équation **P : $y = x^2$.**

Écrire le long du tracé, l'équation de cette parabole.



On sait que pour tout réel x, $f(x) \geq 0$

Conséquence sur la courbe : la parabole P : $y = x^2$ sera toujours située au dessus de l'axe (Ox).

On observe que, pour la fonction $x \mapsto x^2$,
2 nombres **OPPOSES** ont les **MEMES IMAGES**.

d'où, $\boxed{\mathbf{f(-x) = f(x)}}$

Conséquence sur la courbe : la parabole P : $y = x^2$ présente **une symétrie par rapport à l'axe (Oy).**

<table>
<tr><th>Fonction …</th><th>.. définie par ..</th><th>.. sur</th><th>Variations</th><th>représentation graphique</th></tr>
<tr>
<td rowspan="3">INVERSE</td>
<td rowspan="3">$x \mapsto \dfrac{1}{x}$</td>
<td rowspan="3">] - ∞ ; 0[U]0 ; + ∞[

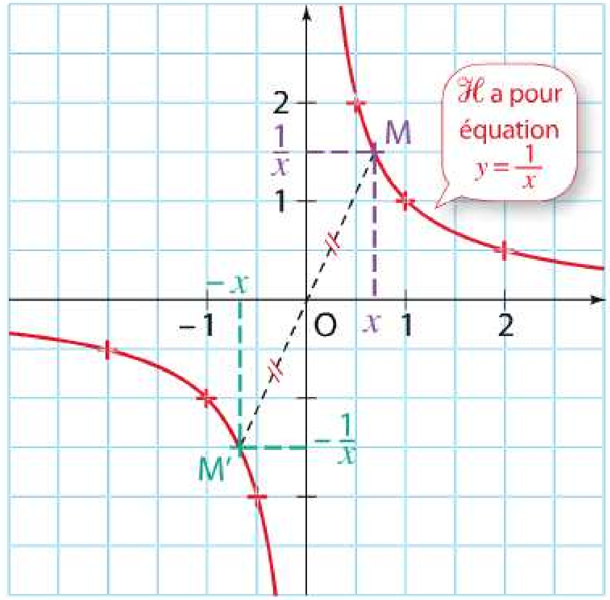
la valeur au dénominateur doit rester non nulle.</td>
<td>Encore une fois, il s’agit de comparer le classement de 2 nombres et de leurs images.

Prenons a < b (tous les 2 non nuls) et cherchons le signe de f(b) – f(a).

$$f(b) - f(a) = \frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{1\times a}{b\times a} - \frac{1\times b}{a\times b} = \frac{a-b}{a\times b}$$
le NUMERATEUR est NEGATIF car a < b
le DENOMINATEUR est POSITIF car nécessairement a et b sont de même signe.

Donc sur]- ∞ ; 0[ou sur]0 ; +∞ [, f(b) – f(a) < 0
et donc f sera toujours décroissante.

<u>Conclusion</u> :
<table>
<tr><td>x</td><td>– ∞</td><td>0</td><td>+ ∞</td></tr>
<tr><td>Variations de $x \mapsto \dfrac{1}{x}$</td><td>0 ↘ - ∞</td><td>‖</td><td>+ ∞ ↘ 0</td></tr>
</table>
La double barre signifie que … 0 n’a pas d’image et que la courbe <u>ne coupera jamais l’axe</u> (Oy).</td>
<td>Dans un repère orthogonal, tracer la courbe $\mathscr{H}$ d’équation $\mathscr{H}$: y = 1/x.
Écrire le long du tracé, l’équation de cette hyperbole.


</td>
</tr>
<tr>
<td>On remarque que les inverses de <u>2 nombres opposés</u> sont opposés d’où : $\boxed{\mathbf{f\,(-x) = -\,f\,(x)}}$</td>
<td>Conséquence sur la courbe …
… elle présente une symétrie par rapport à l’origine.</td>
</tr>
<tr>
<td>Par ailleurs, pour x > 0, plus x augmente,
plus f(x) diminue (en devenant proche de 0).</td>
<td>Conséquence sur la courbe …
… elle ne cesse de décroître mais <u>ne coupera jamais l’axe</u> (Ox).</td>
</tr>
</table>