

I Fonctions polynômes de degré 2 Faire Acti 1 p.106 + n°36 p.122 + n°92 p.127

1°) Définition : Une fonction polynôme de degré 2 est définie sur \mathbf{R} par $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec a, b et c réels ($a \neq 0$). C'est la forme développée de f .

Exemples :	$f(x) = 2x^2 - 7x + 5/2$	$a = 2$	$b = -7$	$c = 5/2$.
	$g(x) = -x^2 + \pi$	$a = -1$	$b = 0$	$c = \pi$.
	$h(x) = x^2 - 2x$	$a = 1$	$b = -2$	$c = 0$.
	$k(x) = (x-2)(2x+5)$	$a = 2$	$b = 1$	$c = -10$.
	$l(x) = -3(x+1)^2 - 5$	$a = 3$	$b = -6$	$c = -8$.

$f(x) = x(-7x^2 + 5x) + 1 \}$
 $g(x) = -7x + \pi \quad \}$ ne sont pas des fonctions polynômes de degré 2.

2°) Forme canonique : Toute fonction polynôme de degré 2 peut toujours s'écrire sous la forme $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$ (avec a, α et β , 3 réels dont $a \neq 0$). C'est la forme canonique de $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Réiproquement, toute forme canonique donnera une expression de degré 2.

Exemples : $f(x) = (x-5)^2 - 11 = x^2 - 10x + 14$ donc $a = 1$, $\alpha = +5$ et $\beta = -11$.

$g(x) = (x+4)^2 - 9 = x^2 + 8x + 7$ donc $a = 1$, $\alpha = -4$ et $\beta = -9$.

$h(x) = 2(x-3)^2 - 18 = 2x^2 - 12x$ donc $a = 2$, $\alpha = 3$ et $\beta = -18$.

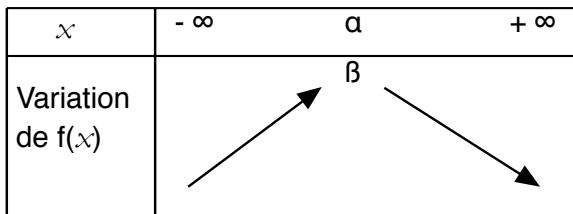
3°) Représentation graphique :

Soit f une fonction polynôme de degré 2.

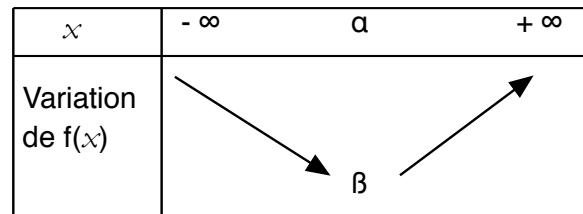
La représentation graphique de f dans un repère orthogonal est une parabole de sommet S ($\alpha ; \beta$), d'axe de symétrie $\Delta : x = \alpha$ (\parallel à (Oy)) et qui coupe l'axe (Oy) en un unique point $C(0 ; c)$.

Enfin, le tableau de variation s'obtient en fonction du signe de a .

avec $a < 0$



avec $a > 0$



La parabole est "tournée vers le bas" et S est un Maximum.

La parabole est "tournée vers le haut" et S est un minimum.

4°) Forme factorisée :

On peut parfois factoriser f sous la forme $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ où x_1 et x_2 sont les abscisses des points d'intersection entre la parabole et l'axe (Ox) .
Cela n'est possible que lorsque la parabole coupe au moins une fois l'axe horizontal !!!

Exemples : $f(x) = 2(x+2)^2 + 4$ ne peut être factorisé car le minimum S $(-2 ; 4)$ est au dessus de l'axe (Ox) .

$g(x) = 8 - 2(x-1)^2$. La parabole $P_1 : y = g(x)$ coupe l'axe (Ox) 2 fois en I $(-1 ; 0)$ et J $(3 ; 0)$
donc $g(x) = -2(x+1)(x-3)$ (aussi égal à $-2x^2 + 4x + 6$).

$h(x) = x^2 - 6x + 9$. La parabole $P_2 : y = h(x)$ ne coupe l'axe (Ox) qu'une seule fois en I $(3 ; 0)$
donc $h(x) = (x-3)^2 = (x-3)(x-3)$.

$k(x) = -(x+3)^2 - 1$ ne peut être factorisé car le maximum S $(-3 ; -1)$ est en dessous de (Ox) .

II Quelle forme choisir ? Voir Fiche TD1

Faire n°3 p.104 + n°9 p.120 + n°27 p.122

III Fonctions homographiques

Faire n°3 p.106 + n°8 p.114 + n°57 p.125

1°) Définition : Une fonction homographique est une fonction $x \mapsto \frac{ax + b}{cx + d}$ (a,b,c, d réels et $c \neq 0$, $ad - bc \neq 0$).

Elle est définie en tout réel x tel que le dénominateur $cx + d$ ne s'annule pas.

Exemples : $f(x) = \frac{8x + 14}{x + 2}$ est une fonction homographique définie pour tout nombre $x \neq -2$.

$h(x) = \frac{-6x - 5}{2x}$ est une fonction homographique définie pour tout nombre non nul.

$g(x) = \frac{10x - 50}{x - 6}$ est une fonction homographique définie pour tout nombre $x \neq 6$.

Remarques : 1- Il faut $c \neq 0$ car sinon $f(x)$ se simplifie et donne une fonction affine représentée par une droite. représentée par une droite $\setminus\setminus (Ox)$.

2°) Représentation graphique : Dans un repère orthonormal, on obtient des hyperboles ayant un centre de symétrie le point Ω .

Ci-dessous, les courbes des fonctions f , g et h de l'exemple précédent.

