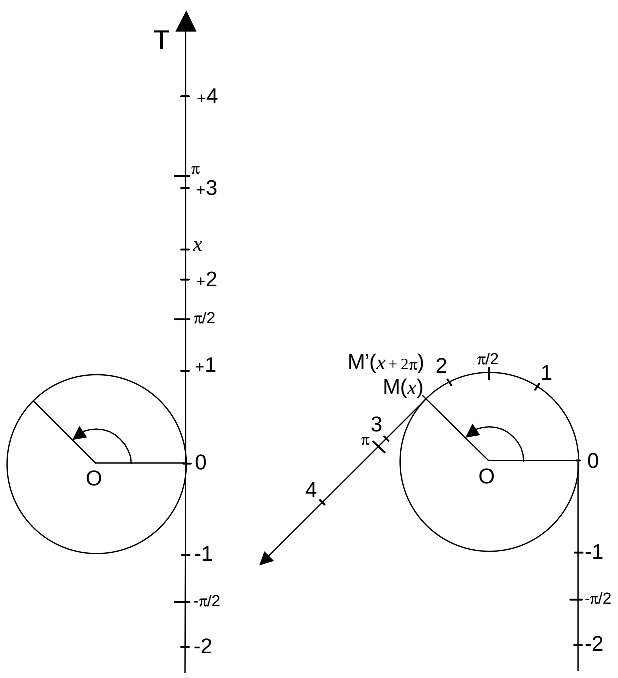
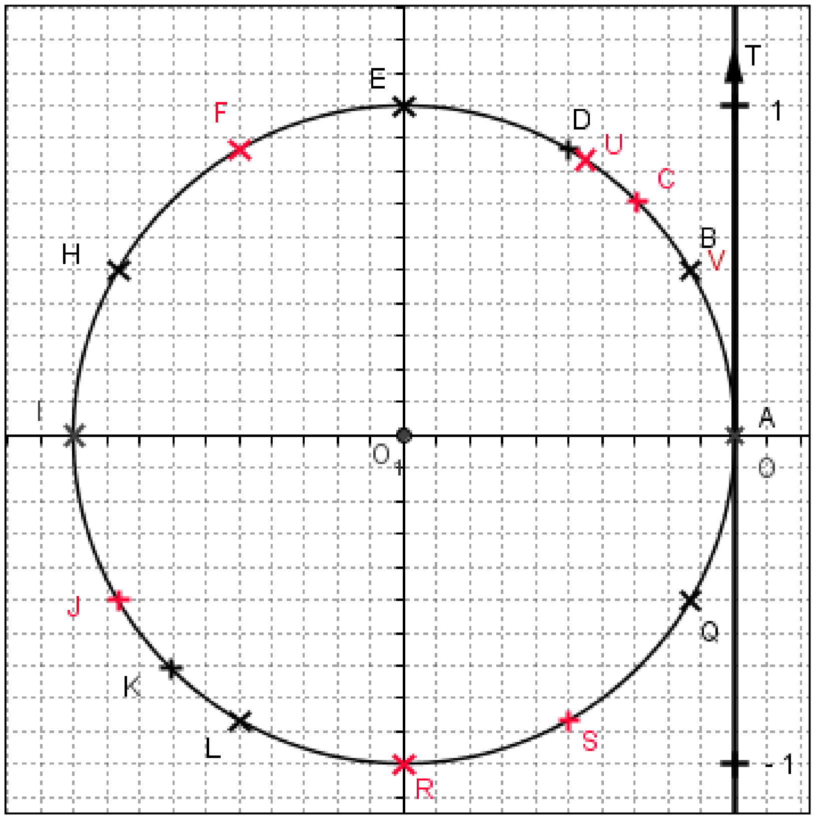
Chap. XIII	TRIGONOMETRIE	**I** Placer des points sur un cercle, associer un nombre à un point, **II** Cosinus et sinus d'un nombre réel, **III** Cercle trigonométrique.

En 3° vous avez introduit la trigonométrie dans des triangles rectangles. Cela vous a permis de calculer des angles et des longueurs mais hélas, cela limite aux angles aigus (α < 90°). De plus, les angles que vous avez manipulés jusqu'à maintenant − appelés angles géométriques − ne sont pas orientés (n'ont pas de signe) ce qui pose un problème pour tous les phénomènes de rotation : il est nécessaire d'introduire un sens (donc un signe pour les angles) et de généraliser la notion de cosinus et de sinus.

I Placer des points sur un cercle.

Faire l'acti 1 p.133 et le 1° de l'acti 2 p.133 ***Voir exo 1 p.135***





Aller sur : http://perso.orange.fr/therese.eveilleau/ puis Trucs puis Pratique puis angles en radians.

Définition : Le **cercle trigonométrique** est un cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon 1 que l'on parcourt dans le sens direct (giratoire).
A chaque nombre réel x repéré sur la tangente graduée T, on associe, par enroulement, un pt M du cercle trigonométrique tel que $x = \overset{\frown}{AM}$.
Le sens de l'enroulement donne le signe du nombre.
On dit que **M est le point image du nombre x.**

Retenir : Pour $0 \leq x \leq \pi$

$\widehat{AOM}$	180	α
$\overset{\frown}{AM}$	π	x

Donc $x = \dfrac{\pi \times \alpha}{180}$ et $\alpha = \dfrac{180 \times x}{\pi}$

Exemples : 1°) Sur le cercle ci-dessus à droite, associer à chacun des points le nombre réel, **compris entre 0 et 2π**, dont il est l'image :

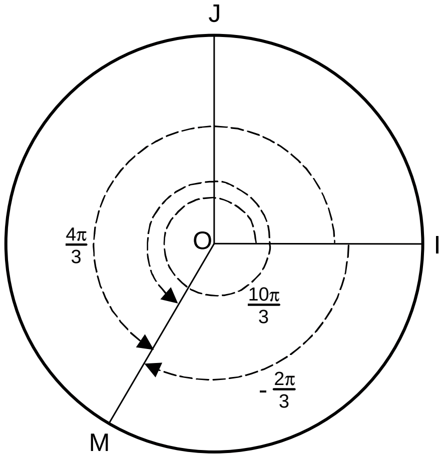
A (0), E $\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$, I ($\pi$), B $\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$, D $\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$, H $\left(\dfrac{5\pi}{6}\right)$, K $\left(\dfrac{5\pi}{4}\right)$, L $\left(\dfrac{4\pi}{3}\right)$ et Q $\left(\dfrac{11\pi}{6}\right)$.

2°) Placer les points suivants : P$\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)$, C$\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$, F$\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)$, G$\left(\dfrac{3\pi}{4}\right)$, J$\left(\dfrac{7\pi}{6}\right)$, R$\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)$, S$\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)$, U (1) et V$\left(\dfrac{13\pi}{6}\right)$.

Faire n°5 et 6 p.138

Voir exos 2 et 3 p.135 ***Faire n° 7-8-9 p.138***

Exemple :



Plaçons par exemple les points associés aux réels $-\dfrac{2\pi}{3}$; $\dfrac{4\pi}{3}$ *et* $\dfrac{10\pi}{3}$.

On constate que ces trois réels sont associés au même point du cercle trigonométrique..

On remarque que $-\dfrac{2\pi}{3} + 2\pi = \dfrac{4\pi}{3}$ *mais aussi que* $-\dfrac{2\pi}{3} + 4\pi = \dfrac{10\pi}{3}$

et que donc ***<u>l'écart entre ces 3 nombres est un multiple de 2π.</u>***

Quand $k \in \mathbb{N}$*, alors,* $k \times 2\pi$ *correspond toujours à un nombre entier de tours complets et les nombres* $-\dfrac{2\pi}{3} \pm 2k\pi$ *seront associés au même point.*

<u>Remarque :</u> A un nombre de la tangente graduée correspond un seul point du cercle trigo **<u>mais</u>** à un point du cercle trigonométrique $\mathcal{C}$, est associé une infinité de points de la tangente graduée T et ces points sont distants, sur T, d'un multiple de 2π. Cela revient, lors de l'enroulement, à placer M puis à faire plusieurs tours entiers.

<u>Bilan :</u>
- Si x et x' désignent des nombres réels tels que $x' - x = \pm k \times 2\pi$ avec $k \in \mathbb{N}$, alors x et x' viennent s'appliquer sur un même point du cercle trigonométrique.
- Réciproquement, si M est le point du cercle trigonométrique image d'un nombre x, alors M est aussi le point image des nombres : $x + 2\pi$; $x + 4\pi$; $x - 2\pi$; $x + 8\pi$; ……

<u>II Cosinus et sinus d'un nombre réel.</u>

a) **<u>Définition :</u>** Soient I (0) et J (π/2). Le repère $(O; \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$ est orthonormal. x est un nombre réel quelconque

Le cosinus du nombre x, noté $\cos x$, est l'abscisse du point M(x) dans le repère $(O; \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$.

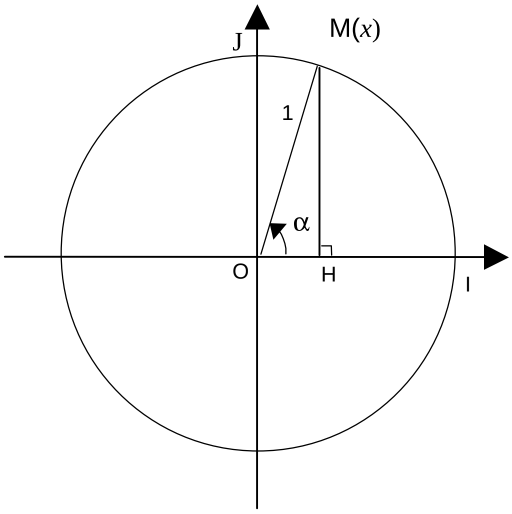
Le sinus du nombre x, noté $\sin x$, est l'ordonnée du point M dans le repère $(O; \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$.

<u>b) Quelques propriétés</u> :

$\boxed{-1 \le \cos x \le 1 \quad \text{et} \quad -1 \le \sin x \le 1.}$

$\boxed{\cos(x + 2\pi) = \cos(x) \quad \text{et} \quad \sin(x + 2\pi) = \sin(x).}$

$\boxed{(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = 1.}$



<u>c) Lien entre le cosinus d'un angle aigu (vu en 3°) et le cosinus d'un nombre</u> :

On prend un angle $\alpha = \widehat{IOM}$ aigu.

D'après la définition, les coordonnées de M sont : $x_M = OH = \cos x$

et $y_M = HM = \sin x$.

Par ailleurs, $\cos \widehat{IOM} = \cos \alpha = \dfrac{\text{adj}}{\text{hyp}} = \dfrac{OH}{OM} = OH$

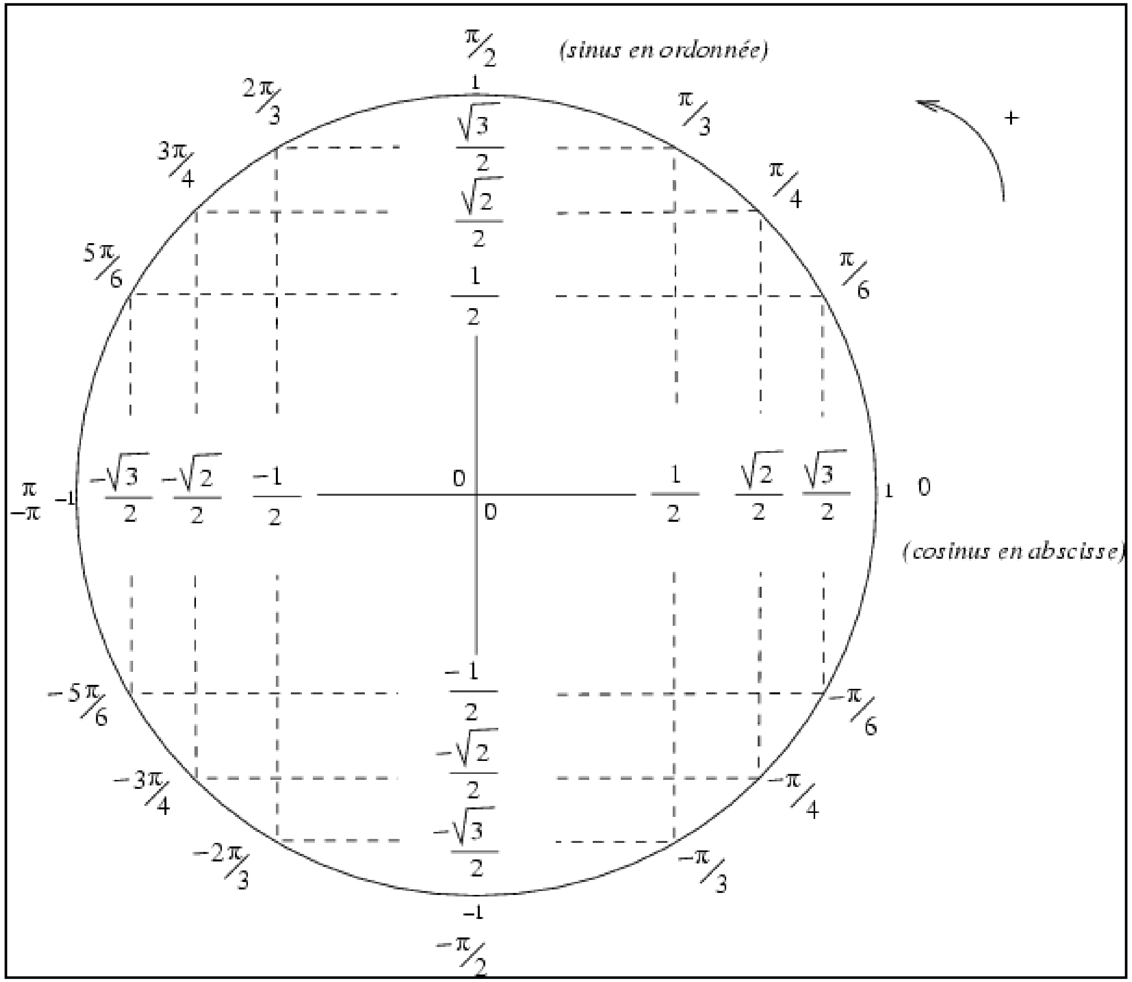
et $\sin \widehat{IOM} = \sin \alpha = \dfrac{\text{opp}}{\text{hyp}} = \dfrac{HM}{OM} = HM.$

On a bien, lorsque α est aigu, $\cos x = \cos \alpha$ et $\sin x = \sin \alpha$.

allez aussi sur : http://www.infx.info/quidnovi/spip.php?article876

III A connaître par ♥ **Voir exos 1 et 2 p.137**

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
$\cos x$	1	$+\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{\sqrt{2}}{2}$	$+\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$+\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$+\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
correspond à l'angle α (en °)	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°



A l'aide d'un compas, et sans quadrillage, placer avec précision sur le cercle ci-dessous, les points associés aux 16 nombres indiqués.