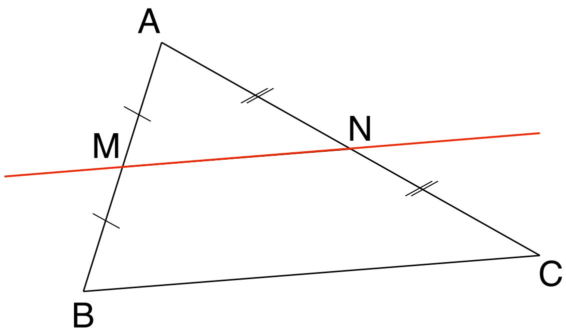
# Triangles : Droites des milieux et parallèles

## I. Théorème 1 de la droite des milieux

Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté.

**Hypothèses :**
M est le milieu de [AB]
N est le milieu de [AC]

**Conclusion :**
(MN) // (BC)

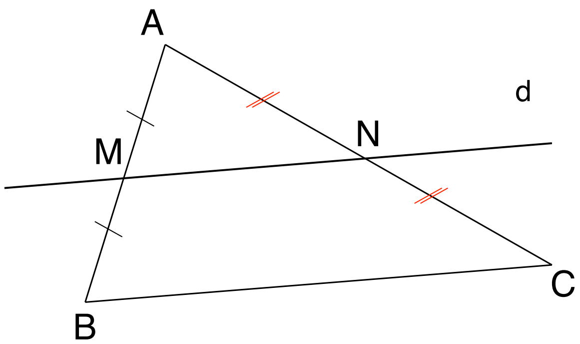



## II. Théorème 2 de la droite des milieux

Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté, et si elle est parallèle à un second côté, alors elle coupe le troisième en son milieu.

**Hypothèses :**
M est le milieu de [AB]
d passe par M et d // (BC)

**Conclusion :**
d coupe [AC] en son milieu N



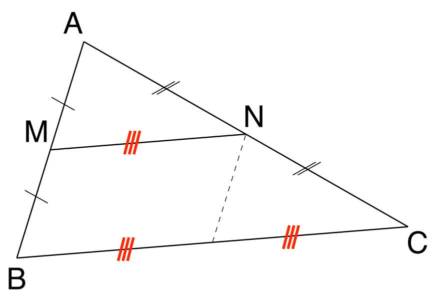

## III. Théorème 3 de la droite des milieux

Dans un triangle, la longueur du segment joignant les milieux de deux côtés est égale à la moitié de celle du troisième côté.

**Hypothèses :**
M est le milieu de [AB]
N est le milieu de [AC]

**Conclusion :**

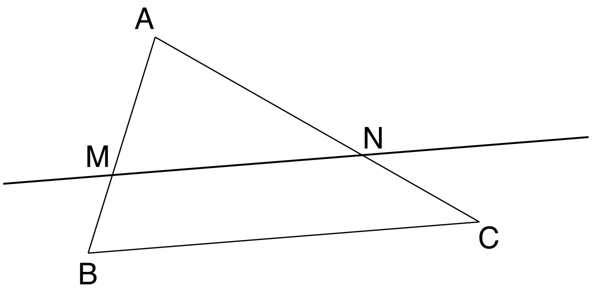
$MN = \frac{1}{2} BC$



# IV. Propriété de Thalès

Si, dans un triangle ABC, M est un point de [AB], N un point de [AC] et (MN) // (BC)

alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

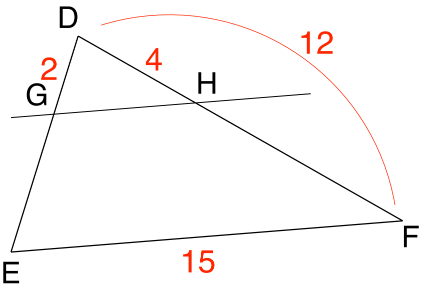



## Utilisation de la propriété de Thalès pour calculer une longueur

Exemple rédigé 1 :

*Soit un triangle DEF tel que DF = 12 cm et EF = 15 cm.*
*Soit G un point de [DE] tel que DG = 2 cm et H un point de [DF] tel que DH = 4 cm.*
*Les droites (GH) et (EF) sont parallèles.*

*Calculer DE et GH.*




**Rédaction**

Dans le triangle DEF, G est un point de [AB], H un point de [DF] et (GH) // (EF) , d'après la propriété de Thalès je peux écrire :

$\frac{DG}{DE} = \frac{DH}{DF} = \frac{GH}{EF}$ donc $\frac{2}{DE} = \frac{4}{12} = \frac{GH}{15}$

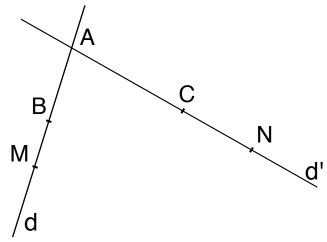
Calcul de DE : J'applique le produit en croix : DE = $\frac{2 \times 12}{4} = 6$

<u>DE = 6 cm</u>

Calcul de GH : J'applique le produit en croix : GH = $\frac{4 \times 15}{12} = 5$

GH = 5 cm

# V. Réciproque de la propriété de Thalès

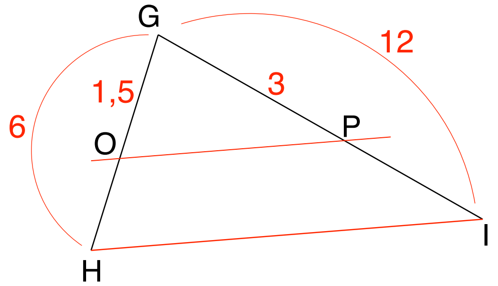



Soient (d) et d’) deux droites sécantes en A.
B et M sont deux points de (d) distincts de A.
C et N sont deux points de (d’) distincts de A.

Si les points A, B, M d’une part et les points A, C, M d’autre part sont alignés dans le même ordre

et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

## 2. Utilisation de la réciproque de la propriété de Thalès pour montrer que deux droites sont parallèles




Exemple rédigé 2 :

*A partir du schéma ci-contre, montrer que les droites (OP) et (HI) sont parallèles.*

**Rédaction**

Les points G, O, H et et G, P, I sont alignés dans cet ordre.
Pour montrer que les droites sont parallèles, j’utilise la réciproque de la propriété de Thalès.

Je calcule séparément : $\frac{GO}{GH} = \frac{1,5}{6} = 0,25$ et $\frac{GP}{GI} = \frac{3}{12} = 0,25$

Comme $\frac{GO}{GH} = \frac{GP}{GI}$ alors <u>les droites (OP) et (HI) sont parallèles</u>.