

Proportionnalité

I. La relation de proportionnalité

Définition :

Deux grandeurs sont proportionnelles si, lorsqu'on en multiplie une par un nombre non nul, l'autre est également multipliée par ce même nombre.

Exemple 1 : Max a acheté 1 croissant pour 1,02 €. Pour en acheter 3, il devra payer : $3 \times 1,02 = 3,06$ €. Le prix est proportionnel au nombre de croissants achetés.

I.A. Tableau de proportionnalité

Définition :

Pour représenter une situation de proportionnalité, on utilise souvent un tableau de proportionnalité. Par définition, on passe de la première ligne à la seconde en multipliant par un même nombre, 1,02 pour chaque colonne. Ce nombre est appelé **coefficient de proportionnalité**. *Inversement*, on passe de la seconde ligne à la première en divisant par le coefficient de proportionnalité.

Exemple 2 :

	Nombre de croissants	1	2	5	10	50	
÷ 1,02	Prix payé (€)	1,02	2,04	5,1	10,2	51	× 1,02



Dans un tableau de proportionnalité, si l'une des colonnes ne vérifie pas le même coefficient que les autres, il ne s'agit pas d'une situation de proportionnalité.

B. Produit en croix

Dans un tableau de proportionnalité, lorsque l'on connaît trois valeurs de deux colonnes, on peut en déduire la quatrième valeur, appelée **quatrième proportionnelle**, à l'aide du produit en croix.

Exemple 3 :

$$? \times 1,02 = 2 \times 8,16 ; ? = \frac{2 \times 8,16}{1,02} ; ? = 16$$

Nombre de croissants	2	?
Prix payé (€)	1,02	8,16

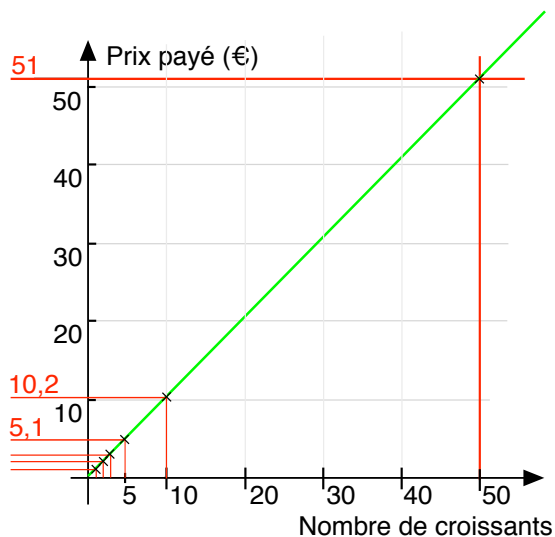
Remarque :

Plus généralement, le produit en croix est une relation que vérifie deux fractions égales.

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors $a \times d = b \times c$

C. Représentation graphique de la proportionnalité

Le graphique suivant représente la situation de proportionnalité de l'exemple 2 à partir de son tableau.



II. Les applications de la relation de proportionnalité

II.A. Vitesse moyenne

Définition :

Lors d'un parcours d'une distance d en un temps t , la vitesse moyenne v est égale à : $v = \frac{d}{t}$



L'unité de vitesse dépend des unités dans lesquelles sont exprimées la distance et la durée.

Les unités courantes de vitesse sont le kilomètre par heure (km/h) et le mètre par seconde (m/s).

Exemple 4 :

Un cycliste a parcouru 2,6 km en 15 mn. Pour connaître sa vitesse moyenne en km/h, on divise la distance parcourue exprimée en kilomètre par la durée du parcours exprimée en heure. Sachant que 15 mn = 0,25 h, on obtient :

$$v = \frac{2,6}{0,25} = 10,4 \text{ km/h}$$

II.B. Pourcentages

Définition :

Un pourcentage est une fraction dont le dénominateur est égal à 100. *Exemple 5 :* $6\% = \frac{6}{100}$

Pour calculer $t\%$ d'un nombre, on multiplie ce nombre par $\frac{t}{100}$.

Exemple 5 :

Prendre 20 % de 150, c'est calculer $150 \times \frac{20}{100} = 30$

Certains pourcentages à connaître :

Prendre 10% d'un nombre revient à diviser ce nombre par 10.

Prendre 25% d'un nombre revient à diviser ce nombre par 4.

Prendre 50% d'un nombre revient à diviser ce nombre par 2.

II.C. Echelles

Définition :

Si une représentation est à l'échelle 1 : 2 500 ou $\frac{1}{2500}$,

cela signifie que 1 cm sur la représentation correspond à 2 500 cm dans la réalité.