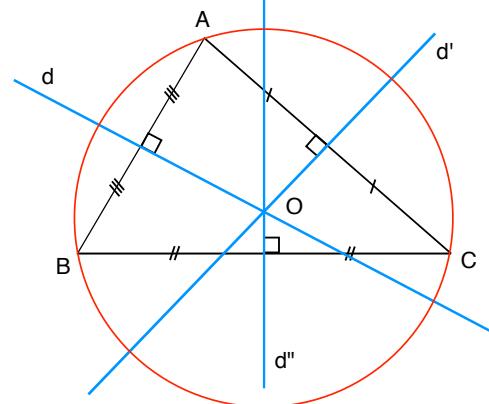


Triangle rectangle et cercle circonscrit

I. Cercle circonscrit à un triangle rectangle

a. Rappels

- Le **cercle circonscrit** à un triangle est le cercle qui passe par ses 3 sommets. Le centre du cercle circonscrit correspond à l'**intersection des médiatrices de ses côtés**.



O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

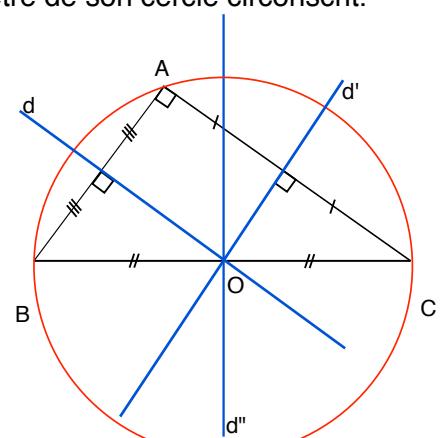
- Dans un triangle rectangle, l'**hypoténuse** est le côté opposé de l'angle droit. C'est aussi le côté le plus long dans le triangle rectangle.

b. Théorème

Si un triangle est rectangle, alors son hypoténuse est le diamètre de son cercle circonscrit.

Exemple 1 :

Le cercle circonscrit au triangle ABC rectangle en A a pour centre le milieu de [BC].

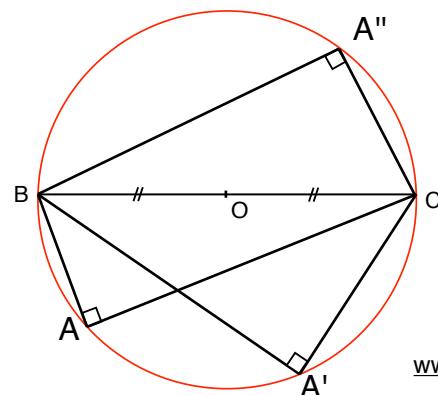


c. Théorème réciproque

Si un point A est sur un cercle de diamètre [BC] alors le triangle ABC est rectangle en A.

Exemple 2 :

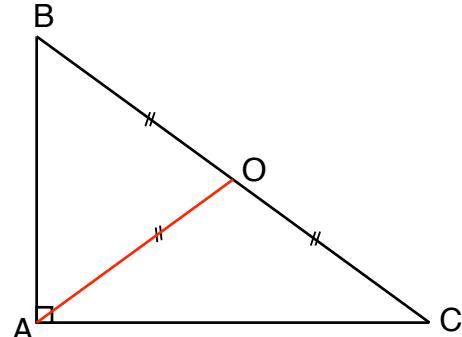
Les points A, A' et A'' appartiennent au cercle de diamètre [BC] donc les triangles ABC ; A'BC et A''BC sont rectangles respectivement en A ; A' et A''.



II. Médiennes dans un triangle rectangle

a. Théorème

Si un triangle est rectangle, alors la longueur de la **médiane** relative à l'hypoténuse a pour longueur la moitié de celle de l'hypoténuse.

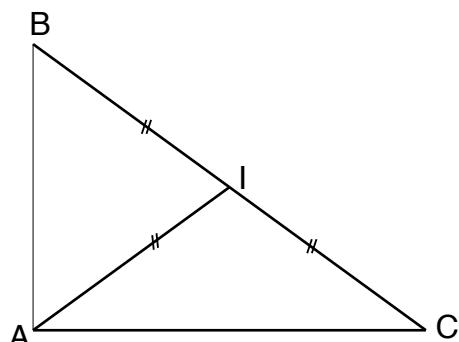


Exemple 3 : Dans le triangle ABC rectangle en A, O est le milieu de l'hypoténuse et $BC = 10 \text{ cm}$.
Donner la longueur AO.

(AO) est la médiane issue de A car elle passe par un sommet et le milieu du côté opposé. O est donc le centre du cercle circonscrit au triangle ABC et $OA = OB = OC = BC : 2 = 10 : 2 = 5 \text{ cm}$.

b. Théorème réciproque

Si la longueur du côté le plus long d'un triangle est le double de la longueur de la médiane associée, alors le triangle est rectangle.



Exemple 4 : AIC est un triangle isocèle en I et B est le symétrique de C par rapport à I. Montrer que ABC est rectangle en A.

Dans le triangle ABC, I est le milieu du côté le plus long [BC] donc [AI] est une médiane de ce triangle.

De plus, par construction de B, symétrique de C par rapport à I : $BC = 2 \times AI$
donc $AI = IB = IC$; ABC est un triangle rectangle en A.