

Ecritures fractionnaires

Quotients égaux - Comparaisons

I Ecritures fractionnaires

Soient a et b deux nombres décimaux, avec $b \neq 0$.

Le quotient de a par b se note $a : b$ ou en écriture fractionnaire

$$\frac{a}{b}$$

numérateur
dénominateur

Exemple 1:

Le résultat de la division de 13 par 4 est 3,25 . On note $13 : 4$ ou $\frac{13}{4} = 3,25$

Remarque :

Lorsque a et b sont des entiers avec $b \neq 0$, le quotient $\frac{a}{b}$ s'appelle fraction.

II Egalité de quotients

Règle

Un nombre en écriture fractionnaire ne change pas lorsque l'on multiplie (ou lorsque l'on divise) son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

Définition :

Simplifier une fraction signifie chercher à écrire la fraction la plus simple possible, celle qui lui est égale, mais avec un numérateur et un dénominateur plus petits.

Lorsque la fraction trouvée n'admet plus de simplifications, on dit qu'il s'agit d'une **fraction irréductible**

Exemples : a. $\frac{3,1}{4} = \frac{3,1 \times 10}{40} = \frac{31}{40}$ b. $\frac{35}{15} = \frac{35 : 5}{15 : 5} = \frac{7}{3}$

c. $\frac{15}{25} = \frac{3 \times \cancel{5}}{5 \times \cancel{5}} = \frac{3}{5}$ On dit que l'on a simplifié la fraction $\frac{15}{25}$ par 5.

III Comparaison de deux nombres en écriture fractionnaire

III.a Comparaison au nombre 1

Propriété

Si le numérateur d'un nombre en écriture fractionnaire est **supérieur** à son dénominateur, alors

ce nombre est **supérieur à 1**. Si $a > b$ et $b \neq 0$ alors $\frac{a}{b} > 1$.

Si le numérateur d'un nombre en écriture fractionnaire est **inférieur** à son dénominateur, alors ce nombre est **inférieur à 1**. Si $a < b$ et $b \neq 0$ alors $\frac{a}{b} < 1$.

Remarque : Si le numérateur et le dénominateur d'un nombre en écriture fractionnaire sont égaux, alors ce nombre est égal à 1.

Exemples : $\frac{254}{255} < 1$; $\frac{903}{902} > 1$; $\frac{1798}{1798} = 1$

III.b Comparaison de fractions ayant le même dénominateur

Règle : Deux fractions ayant le **même dénominateur** sont rangées dans l'ordre de leurs numérateurs.

Si $a < b$ et $c \neq 0$ alors $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

Exemples : $\frac{367}{94} < \frac{385}{94}$ car les dénominateurs sont les mêmes et $367 < 385$.

III.c Comparaison de fractions ayant le même numérateur

Règle : Deux fractions ayant le **même numérateur** sont rangées dans l'ordre **inverse** de leurs dénominateurs.

Si $a < b$ et $a \neq 0$ et $b \neq 0$ et $c \neq 0$ alors $\frac{c}{a} > \frac{c}{b}$

Exemples : $\frac{94}{385} < \frac{94}{367}$ car les numérateurs sont les mêmes et $367 < 385$.

III.d Comparaison de fractions dont les dénominateurs sont multiples l'un de l'autre.

Pour comparer les fractions $\frac{5}{3}$ et $\frac{19}{12}$,

- On peut commencer par les réduire au même dénominateur : $\frac{5}{3} = \frac{5 \times 4}{3 \times 4} = \frac{20}{12}$
- Les fractions $\frac{20}{12}$ et $\frac{19}{12}$ ayant le même dénominateur, on peut les comparer $20 > 19$ donc $\frac{20}{12} > \frac{19}{12}$
- On en déduit que $\frac{5}{3} > \frac{19}{12}$.