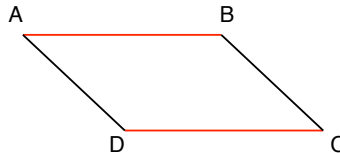


Parallélogrammes

I. Reconnaître un parallélogramme

Définition : Un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles deux à deux.

ABCD est un parallélogramme :
 $(AB) \parallel (CD)$ et $(AD) \parallel (BC)$.



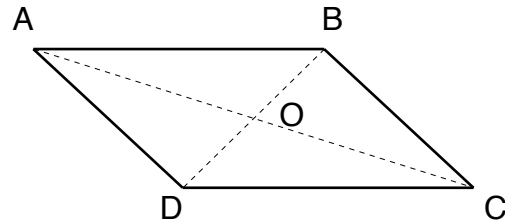
II. Centre de symétrie d'un parallélogramme

Propriété : Un parallélogramme a un centre de symétrie : le point d'intersection de ses diagonales.

On dit que ABCD est un parallélogramme de centre O.

Par la symétrie de centre O :

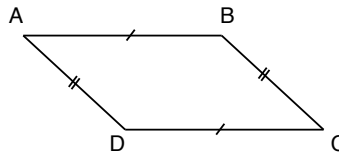
- C est le symétrique de A
- D est le symétrique de B
- $[CD]$ est le symétrique de $[AB]$
- $[AD]$ est le symétrique de $[BC]$



III. Utiliser les propriétés d'un parallélogramme

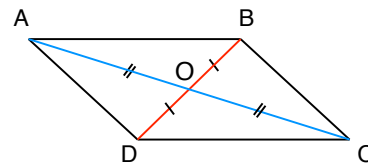
1. Propriété relative à la longueur de ses côtés

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont de la même longueur.



2. Propriété relative aux diagonales

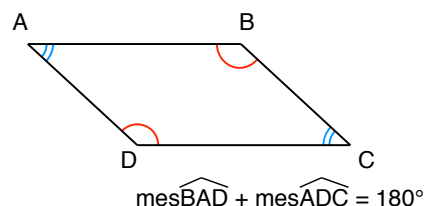
Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales se coupent en leur milieu.



3. Propriétés relatives aux angles

- Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses angles opposés ont la même mesure.

- Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses angles consécutifs sont supplémentaires (c'est-à-dire que la somme de leurs mesures vaut 180°).



IV Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme

Pour cela on utilise les **réciproques** des propriétés énoncées ci-dessus.

1. Propriétés utilisant les côtés

- Si un quadrilatère non croisé a ses côtés opposés de la même longueur, **alors ce quadrilatère est un parallélogramme.**
- Si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles et de même longueur, **alors ce quadrilatère est un parallélogramme.**

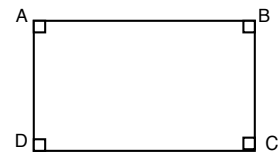
2. Propriété utilisant les diagonales

- Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, **alors ce quadrilatère est un parallélogramme.**

V Reconnaître un parallélogramme particulier

a) Le rectangle

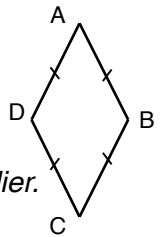
Définition : Un rectangle est un quadrilatère qui a tous ses angles droits.



Ses côtés opposés sont donc parallèles deux à deux : c'est un parallélogramme particulier.

b) Le losange

Définition : Un losange est un quadrilatère qui a tous ses côtés de la même longueur.

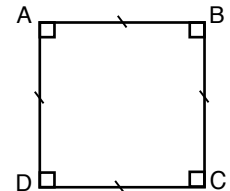


Ses côtés opposés sont de même longueur deux à deux : c'est donc un parallélogramme particulier.

c) Le carré

Définition : Un carré est un quadrilatère qui a tous ses angles droits et tous ses côtés de la même longueur.

C'est à la fois un rectangle et un losange ; c'est donc un parallélogramme particulier.



VI Utiliser les propriétés des parallélogrammes particuliers

Le rectangle, le losange et le carré sont des parallélogrammes particuliers ; ils en ont donc les propriétés :

- ils ont un centre de symétrie : le point d'intersection de leurs diagonales
- leurs côtés opposés sont de la même longueur deux à deux
- leurs diagonales se coupent en leur milieu.

a) Le rectangle

Si un quadrilatère est un rectangle, alors ses diagonales sont de la même longueur.

b) Le losange

Si un quadrilatère est un losange, alors ses diagonales sont perpendiculaires.

c) Le carré

Si un quadrilatère est un carré, alors ses diagonales sont de la même longueur et perpendiculaires.

VII Déterminer la nature d'un parallélogramme particulier (rectangle, losange, carré)

a) Le rectangle

- Si un parallélogramme a un angle droit, alors c'est un rectangle.
- Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle.

b) Le losange

- Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un losange.
- Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, alors c'est un losange.

c) Le carré

- Si un parallélogramme a un angle droit et deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un carré.
- Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires et de même longueur, alors c'est un carré.

En résumé ...

